



TITLE:

# ESSENTIAL COMPONENT OF THE FIXED POINT SET について(位相空 間論とその周辺分野の研究)

AUTHOR(S):

米沢, 康

---

CITATION:

米沢, 康. ESSENTIAL COMPONENT OF THE FIXED POINT SET について  
(位相空間論とその周辺分野の研究). 数理解析研究所講究録 1991, 758:  
49-63

ISSUE DATE:

1991-06

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/82174>

RIGHT:

## ESSENTIAL COMPONENT OF THE FIXED POINT SET

について

関西学院大・理 米沢 康 (Yasushi Yonezawa)

fixed point property(f.p.p.)を持つ continuum に対し, 不動点集合の本質的成分, 及び  $f^*$  p.p. の概念を導入する([2],[6],[7],[8]).

**定義 0.1**  $X$  を continuum とするとき, 連続写像  $f: X \rightarrow X$  の不動点集合の成分  $C$  が以下の条件を満たすならば,  $C$  は  $f$  の 不動点集合の本質的成分(essential component of the fixed point set)であるという.

「任意の開集合  $U \supset C$  に対し, ある  $\delta > 0$  が存在して  $|f' - f| < \delta$  となる任意の連続写像  $f': X \rightarrow X$  は,  $U$  の中に不動点を持つ」

注 1).  $|f' - f| = \sup_{x \in X} d(f'(x), f(x)).$

**定義 0.2**  $X$  を continuum とするとき, 任意の連続写像  $f: X \rightarrow X$  が不動点集合の本質的成分を持つならば,  $X$  は  $f^*$  p.p.を持つという.

$f^*$  p.p. は, f.p.p. を持つ continuum に対してのみ定義される概念であり, ここで扱う空間はすべて f.p.p. を持つことを仮定する.

なお, 写像はすべて連続とし, 空間は separable metric を仮定する.

### I. $f^*$ p.p. についての基本的な性質

**定理 1.1** continuum  $X$  が convex<sup>2)</sup> で f.p.p. を持つならば,  $X$  は  $f^*$  p.p. を持つ.

注 2). linear space を仮定する.

系 1.2 Hilbert cube  $I^\infty$  は  $f^*$  p.p. を持つ[2].

定理 1.3 continuum  $X$  が  $f^*$  p.p. を持つならば,  $X$  の retract も  $f^*$  p.p. を持つ[2].

系 1.4 absolute retract (A R) は  $f^*$  p.p. を持つ[2].

例 1.5  $n$ 次元球体  $B^n$  (線分, 円板 etc.) は  $f^*$  p.p. を持つ.

定理 1.6 2つの continuum  $X, Y$  が1点のみを共有し, 各々  $f^*$  p.p. を持つならば,  $X \cup Y$  も  $f^*$  p.p. を持つ([1], [6]).

問題 「 $f$ .p.p. を持つが  $f^*$  p.p. を持たない空間が存在するか?」[2]

に対して, 次の様な肯定的な解答が得られた[7].

II.  $f$ .p.p. を持つが  $f^*$  p.p. を持たない空間

1. not locally connected continuum の例

定理 2.1  $Y_1$  を以下に構成される continuum とする.

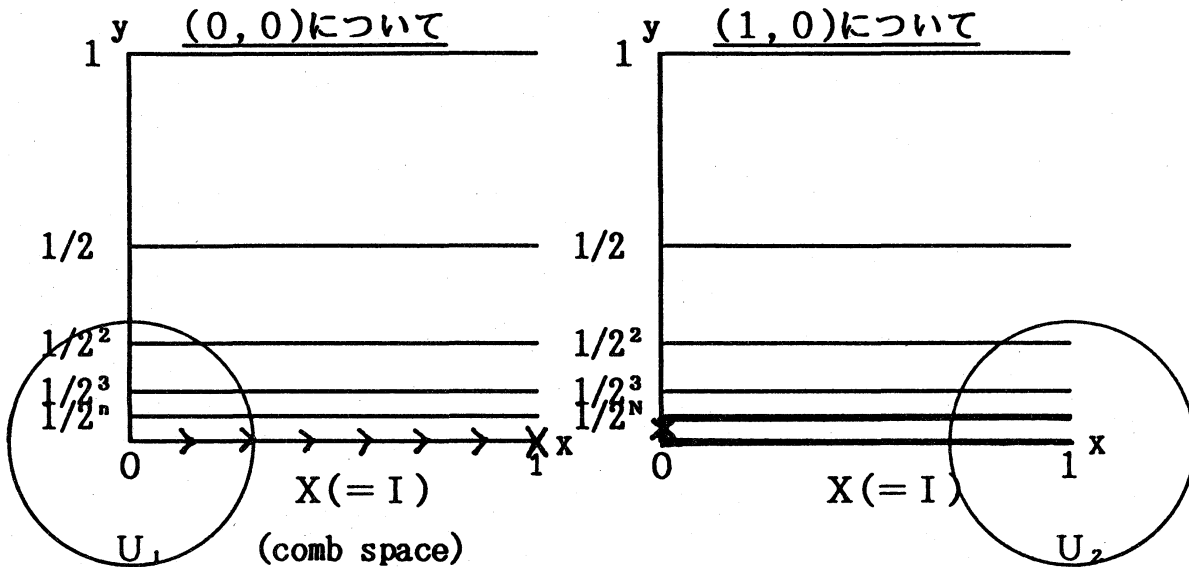
- (1)  $X$  は  $f$ .p.p. を持つ continuum.
- (2) 1点  $p \in X$  と, ある  $f : X \rightarrow X$  が存在して  $f(p) = p$ ,  $p$  を含む不動点集合の成分は本質的でないと仮定する.
- (3)  $I$  を線分  $[0, 1]$  として,  $Y_1 \subset X \times I$  を次の様に定義する.

$$Y_1 = (\{p\} \times I) \cup (X \times \{0\}) \cup \bigcup_{n=0}^{\infty} (X \times \{1/2^n\}).$$

このとき,  $Y_1$  は  $f$ .p.p. を持つが  $f^*$  p.p. を持たない.

ここでは,  $X = I$  とした場合(comb space)の証明を与えるが, 一般の場合にも容易に拡張できる[7].

証明( $X=I$ の場合).  $f(x, y) = (\sqrt{x}, 0)$  は2つの不動点  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  を持つが, いずれも本質的でないことを示す. それぞれの不動点の  $1/3$ 近傍を  $U_1, U_2$  とする.



(0, 0)について

任意の  $\delta > 0$  に対して,

$$f'(x, y) = ((1 - \delta/2)\sqrt{x} + \delta/2, 0)$$

とすれば,  $|f' - f| < \delta$  かつ,  $f'$  は  $U_1$  の中に不動点を持たない.

(1, 0)について

任意の  $\delta > 0$  に対して,  $1/2^N < \delta$  を満たす1つの自然数  $N$  をとる.

$$f_N(x, y) = \begin{cases} (\sqrt{x}, 1/2^N), & y \leq 1/2^{N+1} \\ (\sqrt{x}, 0), & y \geq 1/2^N \\ (0, 1/2^{N-1} - 2y), & 1/2^{N+1} < y < 1/2^N \end{cases}$$

とすれば,  $|f_N - f| < \delta$  かつ,  $f_N$  は  $U_2$  の中に不動点を持たない ( $f_N$  は点  $(0, 1/3 \cdot 2^{N-1})$  に, ただ1つの不動点を持つ).

定理 2.2 定理 2.1 の  $Y_1$  において, 線分  $I$  を1点  $P$  に縮めた空間  $Y_2$  も  $f^*$  p.p.を持たない[7].

次の定理は、さらに別のタイプの例を与えるものである。

**定理 2.3** -  $Y_3$  を以下に構成される continuum とする。

- (1)  $X$  は f.p.p. を持つ continuum.
- (2) 2点  $p, q \in X$  ( $p \neq q$ ) と, ある  $f: X \rightarrow X$  が存在して,  
 $f(p)=p$ ,  $f(q)=q$ ,  $p$  と  $q$  とは不動点集合の異なる成分に  
 属すると仮定する.
- (3)  $I$  を線分  $[0,1]$  として,  $Y_3 \subset X \times I$  を次の様に定義する.

$$Y_3 = (X \times \{0\}) \cup \bigcup_{n=0}^{\infty} (X \times \{1/2^n\}) \cup \bigcup_{n=0}^{\infty} (\{p\} \times [1/2^{2^n}, 1/2^{2^{n+1}}]) \\ \cup \bigcup_{n=0}^{\infty} (\{q\} \times [1/2^{2^{n+1}}, 1/2^{2^{(n+1)}}]).$$

このとき,  $Y_3$  は f.p.p. を持つが  $f^*$  p.p. を持たない[7].

**補題 2.4** (Borsuk)  $X$  を以下に構成される continuum とする。

- (1)  $X_n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) は f.p.p. を持つ continuum.
- (2)  $X_n \subset X$  ( $n=1, 2, \dots$ ).
- (3) 任意の  $\varepsilon > 0$  に対して, ある  $f_n: X \rightarrow X_n$  が存在して  
 $|f_n(x) - x| < \varepsilon$ .

このとき,  $X$  は f.p.p. を持つ([1], [4] p. 343).

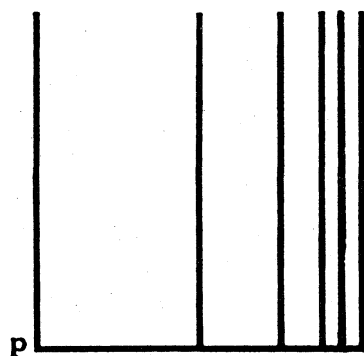
**注意 2.5**  $Y_1, Y_2, Y_3$  が f.p.p. を持つことは, Borsuk の補題によつて証明できる. このことから, Borsuk の補題は  $f^*$  p.p. には拡張できないことがわかる.

**定理 2.6** Polish circle (Warsaw circle) は f.p.p. を持つが  $f^*$  p.p. を持たない[7].

f.p.p. を持つが  $f^*$ . p.p. を持たない空間  
(not locally connected continuum の例)

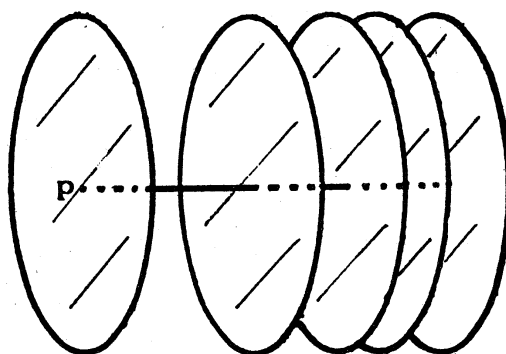
定理 2.1 の例

$X = I$



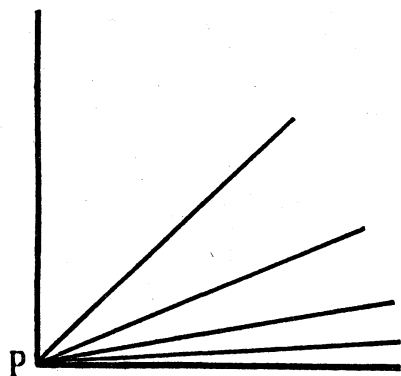
comb space

$X = D$  (2-disk)

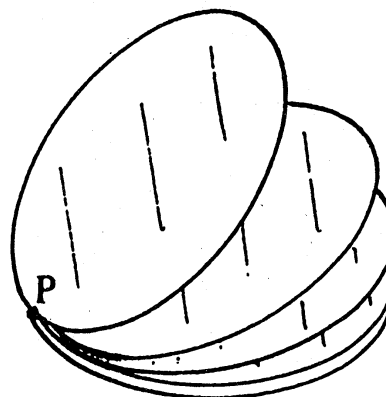


定理 2.2 の例

$X = I$

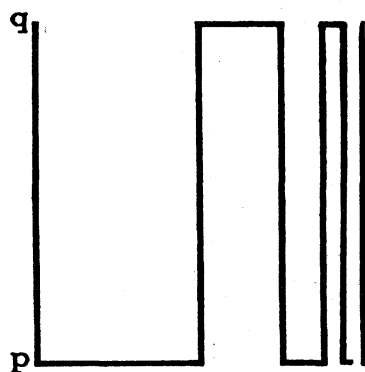


$X = D$

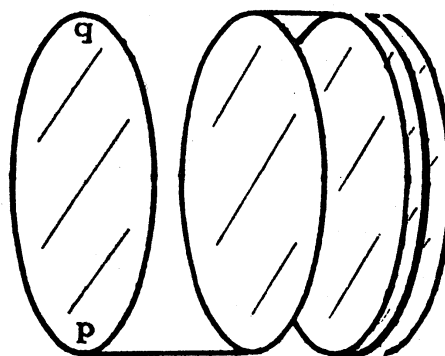


定理 2.3 の例

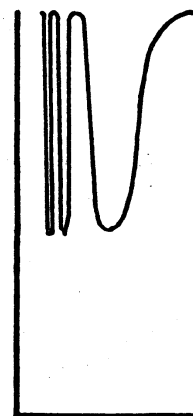
$X = I$



$X = D$



定理 2.6



Polish circle

## 2. locally connected continuum の例

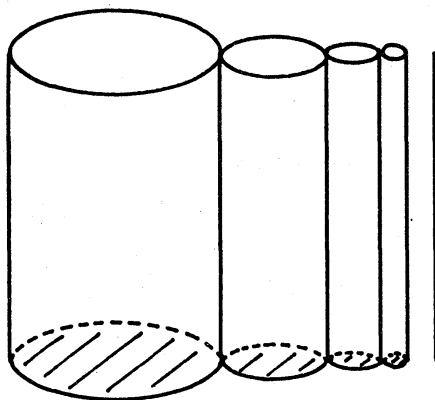
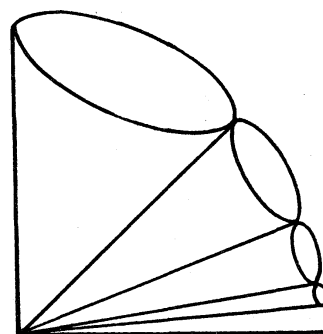
定理 2.7  $Y_4$  を以下に定義される  $R^3$  内の continuum とする.

円板  $B_n = \{x \mid (x - 1/2^n)^2 + y^2 \leq (1/3 \cdot 2^n)^2\}$  とし,

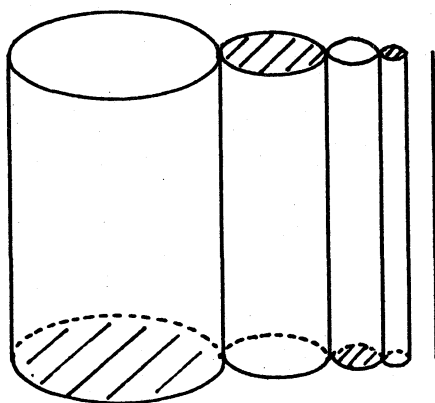
$$Y_4 = (\{(0,0)\} \times I) \cup \left( \bigcup_{n=0}^{\infty} \partial B_n \times I \right) \cup \left( \bigcup_{n=0}^{\infty} B_n \times \{0\} \right).$$

このとき,  $Y_4$  は f. p. p. を持つが  $f^*$ . p. p. を持たない.

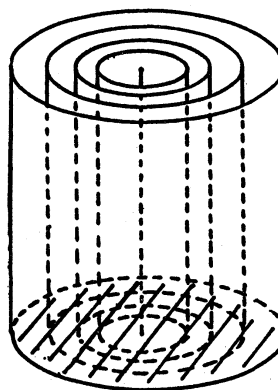
これは, 定理 2.1 に対応する locally connected continuum の例[a]となっている. また, 定理 2.2, 定理 2.3 に対応する同様の例[b], [c]も構成することができる. 他にも, 下に示すような例[d]が存在する.

[a]  $Y_4$ 

[b]



[c]



[d]

### Ⅲ. $f^*$ p.p. を持つ空間(1)

not locally connected continuum で  $f^*$  p.p. を持つ空間の例をあげる.

**定理 3.1**  $Z$  を以下に定義される  $R^2$  内の continuum とする.

極座標を用いて,

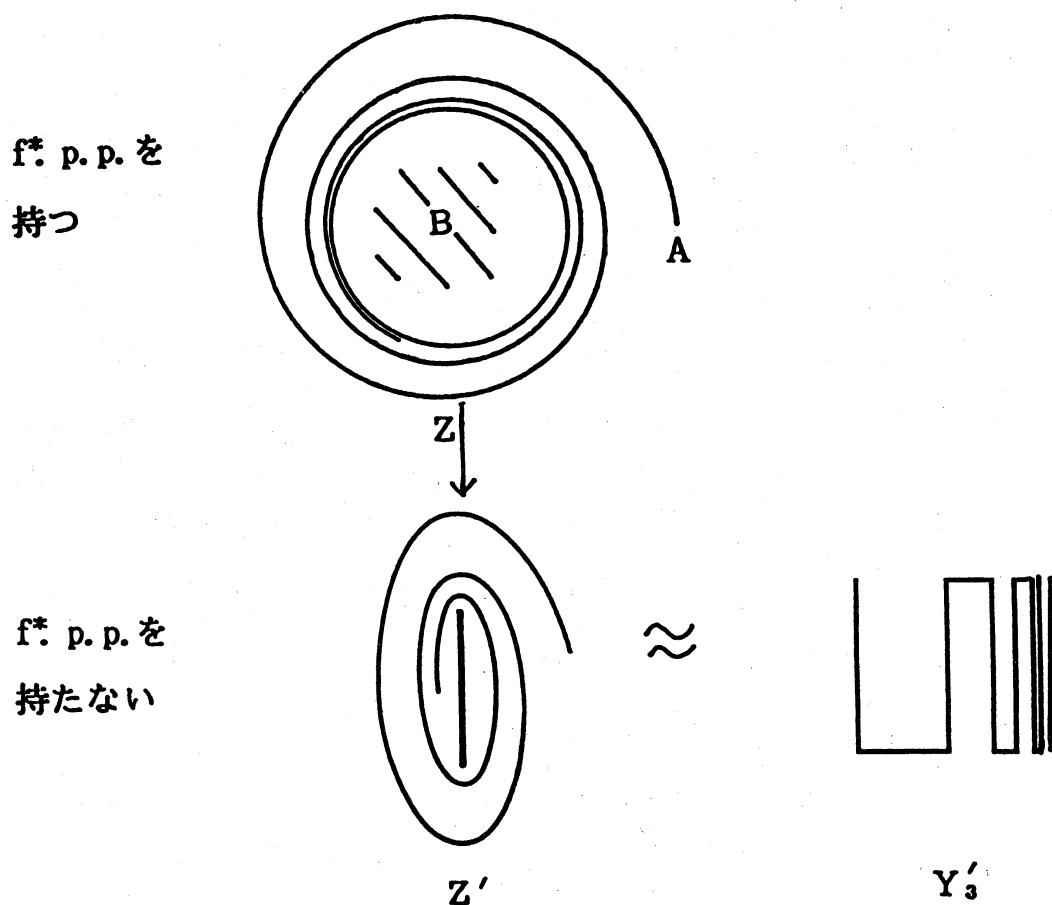
$$A = \{(r, \theta) \mid r = 2\pi/\theta + 1, \theta \geq 2\pi\},$$

$$B = \{(r, \theta) \mid r \leq 1\} \text{ とする.}$$

$Z = A \cup B$  は  $f^*$  p.p. を持つ [7].

**注意 3.2**  $Z$  の上に作った cone は,  $f$  p.p. を持たない [3].

**注意 3.3**  $Z$  の円板の部分  $B$  を線分  $I$  に縮めた空間  $Z'$  は, 定理 2.3 において  $X = I$  とした空間  $Y'_3$  に homeomorphic であるから,  $f^*$  p.p. を持たないことがわかる.





IV.  $f^*$  p.p.を持つ空間(2)

この章では、定理 1.6 の空間の個数を可算無限個に拡張した場合の定理について述べる。この定理によって、 $f^*$  p.p.を持つ空間について fractal を含む興味ある新しい例が得られる。一般に、空間が locally connected の場合、ある性質のこの様な拡張性は cyclic extensibility と呼ばれる。

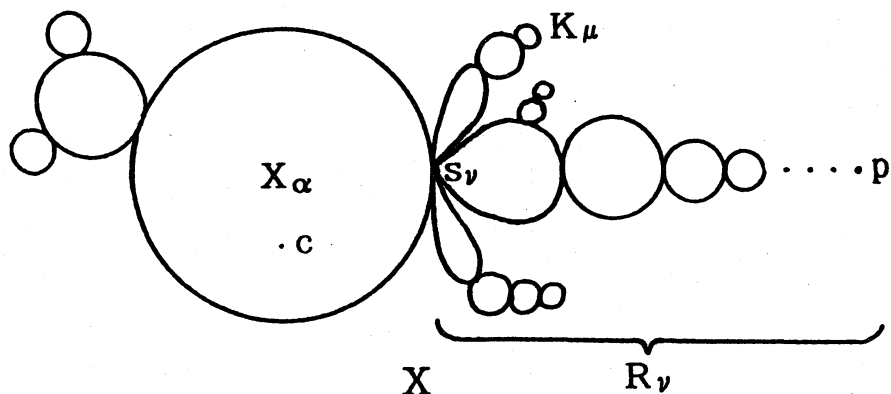
注) 以下、 $\text{Bdry } X$ ,  $\text{Int } X$ ,  $\text{diam}(X)$  は、それぞれ  $X$  の境界、 $X$  の内部、 $X$  の diameter を表す。

**定義 4.1** separable metric space  $X$  の部分集合  $A$  が  $A$ -set であるとは、 $X - A = \bigcup_i G_i$  として、 $G_i$  が以下の条件を満たすときにいう[5].

- (1)  $G_i$  は open.
- (2)  $G_i \cap G_j = \emptyset$  ( $i \neq j$ ).
- (3)  $\text{Bdry } G_i$  はたかだか 1 点.
- (4)  $\lim_{i \rightarrow \infty} \text{diam}(G_i) = 0$ .

**定義 4.2** continuum  $X$  のある点  $s$  と subcontinua  $A, B$  が、次の条件を満たすならば、 $s$  は  $X$  を  $A$  と  $B$  に separate するといい、 $s$  を  $X$  の separating point という。

- (1)  $A \cup B = X$ .
- (2)  $A \cap B = \{s\}$ .



主定理 4.3  $X$  を continuum,  $\{X_\alpha\}$  を次の条件を満たす  $X$  の subcontinuum の族とする. 但し,  $s_\nu$  は  $X$  の separating point とする.

- (1)  $X = \bigcup_{\alpha} X_{\alpha}$ .
- (2)  $\alpha \neq \beta$  のとき  $X_{\alpha} \cap X_{\beta} = \phi$  または  $s_\nu$ .
- (3)  $X_{\alpha}$  は  $X$  の A-set.

このとき, 各々の  $X_{\alpha}$  が f\*. p.p. を持てば,  $X$  も f\*. p.p. を持つ.

定義 4.4  $Y$  を locally connected continuum,  $\{Y_{\alpha}\}$  を次の条件を満たす  $Y$  の subcontinuum の族とする. 但し,  $s_\nu$  は  $Y$  の separating point とする.

- (1)  $Y = \bigcup_{\alpha} Y_{\alpha}$ .
- (2)  $\alpha \neq \beta$  のとき  $Y_{\alpha} \cap Y_{\beta} = \phi$  または  $s_\nu$ .
- (3)  $Y_{\alpha}$  は  $Y$  の A-set.
- (4) 各々の  $Y_{\alpha}$  の内部に separating point は含まれない.

このとき「各々の  $Y_{\alpha}$  が 性質  $P$  を持てば  $Y$  も性質  $P$  を持つ」ならば, 性質  $P$  は cyclic extensible であるといい,  $Y_{\alpha}$  を  $Y$  の cyclic element という([4], [5]).

定理 4.5 (Borsuk) f.p.p. は cyclic extensible である([1], [5]).

主定理 4.3 より, ただちに次の系が得られる.

系 4.6 f\*. p.p. は cyclic extensible である.

以下, 主定理の証明に必要な定義と補題を述べる(証明の詳細については, [8]を見よ). まず, 定理 4.5 は  $X$  に対して容易に拡張できて, 次の補題を得る.

補題 4.7  $X$  は f.p.p. を持つ.

**定義 4.8**  $X$  の点  $p$  が endpoint であるとは, boundary が 1 点である様な十分小さい  $p$  の近傍が存在することである [5].

**定義 4.9**  $X$  の 2 点  $x, y$  について, 点  $c \in X$  に関する partial order (半順序) を次の様に定義する.

1.  $x, y \in X$  が, 次の 2 つの条件のいずれかを満たすとき,  $x \underset{c}{=} y$  とする.

(1)  $x, y$  は, 同じ  $X_\alpha$  の内部に含まれる.

(2)  $x, y$  は, 同じ separating point, または endpoint である.

2.  $x, y \in X$  が,  $x \neq y$  かつ 次の 2 つの条件を満たすとき,  $x \underset{c}{>} y$  とする.

(1)  $X$  は,  $x$  を含む subcontinuum  $A$ ,  $y$  と  $c$  を含む subcontinuum  $B$  に separate される.

(2)  $y \underset{c}{=} c$  または,  $X$  は,  $x$  と  $c$  を含む subcontinuum  $A'$ ,  $y$  を含む subcontinuum  $B'$  に separate されない.

**定義 4.10**  $X$  の異なる 2 点  $a, b$  を含む,  $X$  のすべての  $A$ -set の交わりを  $a$  から  $b$  への cyclic chain といい,  $C(a, b)$  で表す [5].

**定義 4.11** subspace 及び retraction を次の様に定義する.

$$R_{\nu(c)} : \{x \mid x \underset{c}{\geq} s_\nu\}$$

$$K_{\mu(\nu)} : X - s_\nu \text{ の 1 つの成分の閉包}$$

$$r_{\nu(c)}(x) = \begin{cases} x, & x \in R_{\nu(c)} \\ s_\nu, & x \in X - R_{\nu(c)} \end{cases}$$

$$r_{\mu(\nu)}(x) = \begin{cases} x, & x \in K_{\mu(\nu)} \\ s_\nu, & x \in X - K_{\mu(\nu)} \end{cases}$$

$$r_\alpha(x) = \begin{cases} x, & x \in X_\alpha \\ s_\nu, & x \in R_{\nu(c)} \end{cases} \quad \left( \text{但し, } s_\nu \in X_\alpha, c \in \text{Int } X_\alpha \text{ とし} \right. \\ \left. \overline{X - X_\alpha} = \bigcup_\nu R_{\nu(c)} \text{ に注意せよ.} \right)$$

注意.  $(c), (\nu)$  は, 前後関係から明らかな場合は省略する.

**補題 4.12**  $K_{\mu(v)}$  の boundary  $s_v$  が, いかなる  $X_\beta \subset K_{\mu(v)}$  にも含まれないならば,  $s_v$  は  $K_{\mu(v)}$  の endpoint である[5].

**補題 4.13**  $f: X \rightarrow X$  の不動点集合の成分のうち  $C_\gamma \subset \text{Int } X_\alpha$  となるものを  $C_\gamma$  とする.  $C_\gamma$  が  $f: X \rightarrow X$  の本質的成分でないならば,  $C_\gamma$  は  $r_\alpha f|_{X_\alpha}: X_\alpha \rightarrow X_\alpha$  の本質的成分でない.

**補題 4.14**  $f: X \rightarrow X$  の不動点集合の成分のうち  $C_\gamma \cap \text{Bdry } X_\alpha \neq \emptyset$  となるものを  $C_\gamma$  とする.  $C_\gamma$  に対し開集合  $U_\gamma \supset C_\gamma$  が存在して, 任意の  $n$  に対し次の条件を満たす  $f_n: X \rightarrow X$  が存在するならば,  $C_\gamma \cap X_\alpha$  は  $r_\alpha f|_{X_\alpha}: X_\alpha \rightarrow X_\alpha$  の本質的成分でない.

(i)  $|f_n - f| < 1/n$ .

(ii)  $f_n$  は  $U_\gamma$  の中に不動点を持たない.

(iii)  $x \in \text{Int } X_\alpha$  として, 任意の  $s_v \in U_\gamma$  に対し  $f_n(s_v) \underset{X}{\succ} s_v$ .

**補題 4.15**  $p$  を  $X$  の endpoint とし,  $f(p) = p$  とする.  $X$  の 1 点を  $c (\neq p)$  とし, cyclic chain  $C(p, c)$  上の separating point を  $s_v$  とするとき, 任意の  $U(p)$  の中に  $f(s_v) \underset{C}{\succ} s_v$  となる  $s_v$  が存在するならば, 不動点集合の,  $p$  を含む成分  $C$  は本質的である.

**証明**  $p$  を含む成分  $C$  が本質的でないと仮定する.  $C$  に対し開集合  $U \supset C$  が存在して, 任意の  $\delta$  に対し  $f'$  が存在して,

(i)  $|f' - f| < \delta$ .

(ii)  $f'$  は  $U$  の中に不動点を持たない.

$U$  の中に, その boundary が 1 点  $s_v$ , かつ  $f(s_v) \underset{C}{\succ} s_v$  となる様な  $U(p)$  が存在する.  $d(s_v, f(s_v)) = a$  とし,  $\delta = a/2$  とおく. (i)より

$f'(s_\nu) \underset{C}{>} s_\nu$ .  $f'$  は  $R_\nu$  の中に不動点を持たないから,  $r_\nu f'|_{R_\nu}: R_\nu \rightarrow R_\nu$  は不動点を持たない. これは  $R_\nu$  が f.p.p. を持つことに反す.

**補題 4.16**  $p$  を  $X$  の endpoint とし,  $f(p)=p$  とする.  $X$  の 1 点を  $c (\neq p)$  とし, cyclic chain  $C(p, c)$  上の separating point を  $s_\nu$  とするとき, 任意の  $U(p)$  の中に  $s_\nu$  を含む成分  $C_\nu$  が本質的でないものが存在して次の条件を満たすとする.  $C_\nu$  に対し開集合  $U_\nu \supset C_\nu$  が存在して, 任意の  $n$  に対し  $f_n$  が存在して,

$$(i) |f_n - f| < 1/n.$$

(ii)  $f_n$  は  $U_\nu$  の中に不動点を持たない.

$$(iii) f_n(s_\nu) \underset{C}{>} s_\nu.$$

このとき, 不動点集合の,  $p$  を含む成分  $C$  は本質的である.

**証明**  $p$  を含む成分  $C$  が本質的でないと仮定する.  $C$  に対し開集合  $U \supset C$  が存在して, 任意の  $n$  に対し  $f'_n$  が存在して,

$$(i) |f'_n - f| < 1/n.$$

(ii)  $f'_n$  は  $U$  の中に不動点を持たない.

$p$  は endpoint であるから,  $s_\nu$  と  $X_\alpha (\ni s_\nu)$  が存在して, 次を満たす.

(i)  $s_\nu, X_\alpha$  は, cyclic chain  $C(p, c)$  に含まれる.

(ii)  $R_\nu$  は  $U$  に含まれる.

$s_\nu$  以外の  $X_\alpha$  の separating point を  $s_{\nu'}$  とする.  $x \in \text{Int } X_\alpha$  として  $f'_n(s_{\nu'}) \underset{X}{>} s_{\nu'}$  であれば,  $r_{\nu'} f'_n|_{R_{\nu'}}: R_{\nu'} \rightarrow R_{\nu'}$  は不動点を持たないが, これは  $R_{\nu'}$  が f.p.p. を持つことに反すから  $f'_n(s_{\nu'}) \not\underset{X}{>} s_{\nu'}$  でなければならない. 一方, 仮定(iii)より  $f_n(s_\nu) \not\underset{X}{>} s_\nu$  ( $x \underset{C}{>} s_\nu$  に注意). ゆえに, 補題 4.13, 補題 4.14より,  $X_\alpha$  は  $f^*$  p.p. を持たないことになり矛盾.

注意 4.17  $K_\mu$  の endpoint  $s_\nu$  に対しても, 補題 4.15, 補題 4.16 と同様のことが成り立つ.

補題 4.18  $C_\gamma$  を  $s_\nu$  を含む  $f$  の不動点集合の成分とする.  $C_\gamma$  が本質的成分でなければ, ある  $K_\mu$  が存在して,  $C_\gamma \cap K_\mu$  は  $r_\mu f|_{K_\mu}: K_\mu \rightarrow K_\mu$  の本質的成分でない.

以上の補題を用いて, 主定理 4.3 の証明を行なう.

#### 主定理 4.3 の証明

$f: X \rightarrow X$  が不動点集合の本質的成分を持たないと仮定する. 対応  $F: \{s_\nu\} \rightarrow X$  を次の様に定義する.

Case 1.  $f(s_\nu) \neq s_\nu$ . この場合には  $F(s_\nu) = f(s_\nu)$  とせよ.

Case 2.  $f(s_\nu) = s_\nu$ . この場合には 補題 4.18 より,  $s_\nu$  を含む不動点集合の成分  $C_\gamma$  に対し, ある  $K_\mu$  が存在して,  $C_\gamma \cap K_\mu$  は,  $r_\mu f|_{K_\mu}: K_\mu \rightarrow K_\mu$  の本質的成分でない.  $K_\mu$  の内部に 1 点  $k_\mu$  をとり,  $F(s_\nu) = k_\mu$  とせよ.

証明は次の 2 つの場合に分かれる.  $x \in \text{Int } X_\alpha$  として,

Case 1. ある  $X_\alpha$  が存在して, すべての  $s_\nu \in X_\alpha$  に対して

$$F(s_\nu) \not\underset{x}{\succ} s_\nu \text{ となる場合.}$$

補題 4.13, 補題 4.14 より  $X_\alpha$  が  $f^*$  p.p. を持たないことになり矛盾.

Case 2. 任意の  $X_\alpha$  に対して  $F(s_\nu) \underset{X}{>} s_\nu$  となる  $s_\nu \in X_\alpha$  が存在する場合.

ある  $X_{\alpha_0}$  に対する  $s_{\mu_0}$  から初めて, 次の条件を満たす separating point の順序集合  $\{s_\mu\}$  ( $\subset \{s_\nu\}$ ) を構成できる. この  $X_{\alpha_0}$  の内部の1点を  $c$  として,

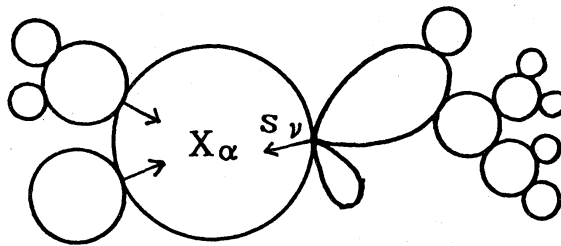
(1) すべての  $\mu$  に対して  $F(s_\mu) \underset{c}{>} s_\mu$ .

(2)  $K_\mu \supset K_{\mu'} (\mu < \mu')$ .

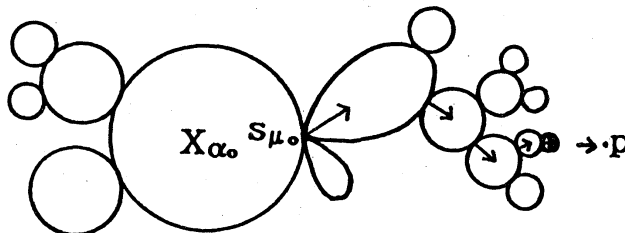
(3)  $\{s_\mu\}$  は endpoint  $p$  に収束するか, または, separating point  $s_\nu$  を, ただ1つしか持たないある  $X_*$  の separating point  $s_\nu$  で終わる. 補題 4.15, 補題 4.16 より, endpoint  $p$  が  $f: X \rightarrow X$  の不動点集合の本質的成分に属して, 背理法の仮定に矛盾, または, 補題 4.13, 補題 4.14 より,  $X_*$  が  $f^*$  p.p. を持たないことになり矛盾.

注意. separating point  $s_\nu$  は,  $X_\alpha$  の内部に含まれるものは除く.

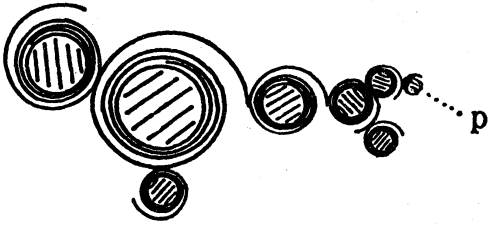
Case 1.



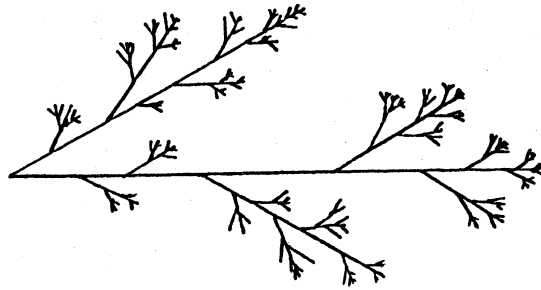
Case 2.



例.



[a]



[b]

## References

- [1] Borsuk, K., "Einige Sätze über stetige Streckenbilder,"  
Fund. Math., 18 (1932), 198 - 214.
- [2] Kinoshita, S., "On essential components of the set of fixed  
points," Osaka Math. J., 4 (1952), 19-22.
- [3] Knill, R. J., "Cones, Product and fixed points," Fund. Math.,  
60 (1967), 35 - 46.
- [4] Kuratowski, K., Topology II, Academic Press, New York, 1968.
- [5] Whyburn, G. T., Analytic Topology, Amer. Math. Soc. Coll.  
Pub., 28, 1942.
- [6] Yonezawa, Y., and Kinoshita, S., "A property of essential  
components of the fixed point set," Kwansei Gakuin Annual  
Studies, 37 (1988), 147-151.
- [7] Yonezawa, Y., "On f.p.p. and  $f^*$  p.p. of some not locally  
connected continua," (to appear in the Fundamenta Mathematicae).
- [8] Yonezawa, Y., "The cyclic extensibility of essential components  
of the fixed point set," (preprint).